

1

(1)  $a_n = n^2 - 1$

(2) 初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とする、

$$S_n = \frac{1}{6} n(2n + 5)(n - 1)$$

(3) 第  $m$  番目の区画の最後の項が、数列  $\{a_n\}$  の第  $P_m$  項とすると、

$$P_m = \sum_{n=1}^m 2^n = 2^{m+1} - 2$$

$$a_{P_m} = 2^{2(m+1)} - 2^{m+3} + 3$$

(4) 第  $m$  番目の区画に入る項の和  $\Delta S$  は、

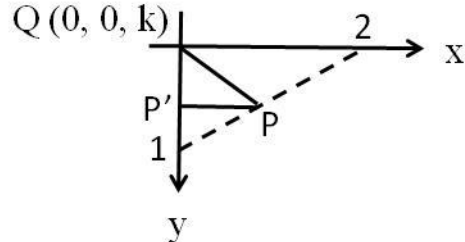
$$\Delta S = S_{(2^{m+1}-2)} - S_{(2^m-2)} = \frac{2^m}{6} (14 \cdot 2^{2m} - 27 \cdot 2^m + 7)$$

2

(1)  $\triangle DFA$  において、点  $A$  から辺  $FD$  に下ろした垂線の長さを求める。求める立体の体積は、垂線を半径とした縁を底面とする 2 つの円錐の体積である。

$$\frac{4\sqrt{6}}{9} \pi$$

(2) 直方体  $ABCD-EFGH$  において、点  $E(0, 0, 0)$ 、点  $F(0, 1, 0)$ 、点  $H(2, 0, 0)$  とする。 $z = k$  における  $x-y$  平面が右図となる。 $z = k$  における  $\triangle AFD$  の断面は線分  $PP'$  となり、 $z$  軸のまわりに回転させた断面は、 $QP$  を半径とする円から、 $OP'$  を半径とする円をぬいたドーナツ型となる。よって、 $k$  が  $0 \sim 1$  の範囲でドーナツ型の部分を積分すれば求める体積となる。



$$\frac{4}{3} \pi$$

3

(1)  $\triangle ADB$  に対して余弦定理より、線分  $AB$  を求める。

$$\overline{AB} = \sqrt{3} + 1 \quad \cos \angle DBA = \frac{1}{2}$$

(2)  $\triangle BPQ$  に対して余弦定理より、線分  $PQ$  が最小となる  $x$  を求め、三角錐  $ABPQ$  の体積  $V$  を求める。

$$V = \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{147}$$

4

(1) 286

(2) 84

(3) (2)のうち、 $a = b$ となる解の個数を求めると、16通りある。したがって、 $84 - 16 = 68$ の1/2が $a > b$ となる組み合わせの個数である。 34

(4)  $a + b + c + d + e = 10$  (ただし、 $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1, d \geq 1, e \geq 0$ )となる組み合わせを求める。 210

5

(1)  $\sin 3\theta = \cos 2\theta$  より、 $\sin 3\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right)$

よって、正の最小値は、 $\frac{\pi}{10}$

(2)  $\sin 2x - \sin y \leq \cos 2x - \cos y$

$$\sin \frac{2x-y}{2} \sqrt{2} \sin \left( \frac{2x+y}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \leq 0$$

$x$  と  $y$  の範囲より、

$$\frac{\pi}{4} \leq \frac{2x-y}{2} \leq \pi \quad \frac{3\pi}{4} \leq \frac{2x+y}{2} + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$$

